

## Uvod

**Poučak 1** (Sukladnost trokuta). *Dva su trokuta sukladna ako se poklapaju u:*

- *dvjema stranicama i kutu među njima (SKS poučak)*
- *jednoj stranici i dvama kutevima uz nju (KSK poučak)*
- *svima trima stranicama (SSS poučak)*
- *dvjema stranicama i kutu nasuprot većoj od njih (SSK poučak)*

*Tvrdnju da su trokuti  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  sukladni zapisujemo  $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ , pri čemu je  $\cong$  oznaka sukladnosti.*

Proširimo sada naš popis alata i kriterijima za sličnost trokuta.

**Poučak 2** (Sličnost trokuta). *Dva su trokuta slična ako:*

- *im je jedan par stranica proporcionalan i kutevi što ih zatvaraju ti parovi međusobno jednaki (SKS poučak)*
- *su dva kuta jednog trokuta jednaka odgovarajućim kutevima drugog trokuta (KK poučak)*
- *su im odgovarajuće stranice proporcionalne (SSS poučak)*

*Tvrdnju da su trokuti  $\triangle DEF$  i  $\triangle D_1E_1F_1$  slični zapisujemo  $\triangle DEF \sim \triangle D_1E_1F_1$ , pri čemu je  $\sim$  oznaka sličnosti. Omjer odgovarajućih stranica dvaju sličnih trokuta jest stalan (za te trokute) i naziva se koeficijentom sličnosti.*

## Zadaci

1. (Euklidov poučak) Neka je  $\triangle ABC$  pravokutni trokut s pravim kutom u vrhu  $C$ . Neka je  $C'$  nožište visine iz  $C$  na  $AB$ . Neka je  $p = |AC'|$  i  $q = |BC'|$ . Tada vrijedi:  $v = \sqrt{pq}$ .
2. Neka je  $\triangle ABC$  pravokutni trokut sa pravim kutom u vrhu  $C$ . Neka je  $K$  polovište dužine  $\overline{AB}$ . Dokaži da je  $K$  središte opisane kružnice trokuta  $\triangle ABC$ .
3. Duljina osnovice  $\overline{AB}$  jednakokravnog trokuta  $ABC$  jednaka je 12, a duljina visine na tu osnovicu iznosi 15. Kolika je duljina stranice kvadrata koji je upisan tom trokutu tako da mu je jedna stranica na stranici  $\overline{AB}$  trokuta, a ostala dva vrha kvadrata su na stranicama  $\overline{AC}$  i  $\overline{BC}$  trokuta.
4. Ako su  $\overline{AD}$  i  $\overline{BE}$  visine trokuta  $ABC$  dokaži da su trokuti  $ABC$  i  $DCE$  slični.
5. Duljine osnovice i kraka u jednakokravnom trokutu odnose se u omjeru 4 : 3. Duljina visine je 20. Kolika je duljina polumjera trokutu upisane kružnice?
6. Neka je  $K$  polovište hipotenuze  $AB$  pravokutnog trokuta  $\triangle ABC$  i  $M$  točka na kateti  $BC$  takva da je  $|BM| = 2|MC|$ . Dokažite da su trokuti  $\triangle MAB$  i  $\triangle MKC$  slični.
7. Duljine kateta pravokutnog trokuta su  $a$  i  $b$ , duljine ortogonalnih projekcija tih kateta na hipotenuzu su  $p$  i  $q$ . Neka su  $m$  i  $n$  duljine ortogonalnih projekcija odsječaka duljina  $p$  i  $q$  na odgovarajuću katetu. Dokažite da je  $m : n = a^3 : b^3$ .

8. U jednakokrakom trokutu  $ABC$ , visina  $\overline{AA_1}$  dijeli kut  $\angle CAB$  u omjeru  $1 : 2$  (računajući od osnovice  $\overline{AB}$ ). Dokažite da je  $|CH| = |AB|$ , gdje je  $H$  ortocentar trokuta  $ABC$ .
9. Neka je  $N$  točka koja pripada stranici  $\overline{AB}$ , a  $M$  točka koja pripada stranici  $\overline{BC}$  trokuta  $ABC$  tako da vrijedi  $|AN| : |NB| = 2 : 3$  i  $|BM| : |MC| = 3 : 4$ . U kojem omjeru sjecište  $S$  dužina  $\overline{AM}$  i  $\overline{CN}$  dijeli svaku od njih?
10. U trokutu  $ABC$  točka  $O$  polovište je težišnice  $\overline{CC_1}$ . Usporednica s  $\overline{BC}$  kroz točku  $O$  siječe stranice  $\overline{AC}$  i  $\overline{AB}$  u točkama  $D$  i  $E$ . Dokažite da je omjer  $|DC| : |DA|$  stalan.