

## Uvod

Mnogi se osnovnoškolski natjecateljski zadaci rješavaju tako što postavimo jednadžbu i riješimo ju. Danas ćemo tu metodu izvježbati.

**Faktorizacija** Ponekad ćemo dobiti jednadžbu koja nije linearna, pa ćemo je morati faktorizirati. Kvadratne jednadžbe faktoriziramo **metodom srednjeg člana**.

Promotrimo izraz

$$x^2 + mx + n$$

Neka su  $a, b$  brojevi takvi da vrijedi

$$a + b = m \qquad ab = n$$

Tada izraz možemo zapisati kao

$$\begin{aligned} & x^2 + (a + b)x + ab \\ \iff & x^2 + bx + ax + ab \\ \iff & x(x + b) + a(x + b) \\ \iff & (x + a)(x + b) \end{aligned}$$

Dakle, ako za koeficijente  $m$  i  $n$  pronađemo brojeve  $a$  i  $b$  takve da im je zbroj jednak  $m$ , a umnožak  $n$ , izraz  $x^2 + mx + n$  možemo faktorizirati kao  $(x + a)(x + b)$ .

U faktorizaciji nam ponekad mogu pomoći i sljedeći identiteti:

- Kvadrat zbroja, kvadrat razlike:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- Kvadrat trinoma:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

- Razlika kvadrata te zbroj i razlika kubova:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$$

## Zadaci

1. Kvadrati dvaju brojeva čija je aritmetička sredina 18, razlikuju se za 288. Koji su to brojevi?
2. Anica i Slavica krenule su na kupanje. Anica je ponijela tri slanica, a Slavica pet. Na putu su sustigle Pericu koja nije ništa kupila pa su odlučile slance podijeliti na tri jednaka dijela. Perica im je za slance dala 8 kuna da ih pravedno podijele. Koliko kuna treba dobiti Anica, a koliko Slavica?
3. Otac je svojim sinovima ostavio u nasljedstvo 160000 kuna, sa željom da taj iznos podijele na jednake dijelove. No, jedan od sinova je odustao od svog dijela pa se ostalim sinovima nasljedstvo povećalo za 8000 kuna. Koliko je otac imao sinova?

4. Broj 10 napiši kao zbroj dvaju brojeva čiji se kvadrati odnose kao 1 : 16.
5. Ivana je knjigu koja ima 480 stranica pročitala za nekoliko dana. Da je Ivana svakog dana pročitala 16 stranica više, tada bi cijelu knjigu pročitala 5 dana prije. Za koliko je dana Ivana pročitala knjigu?
6. Otac je od kćeri stariji 33 godine, a prije 11 godina kći je od njega bila 4 puta mlađa. Koliko otac ima godina?
7. Pas trči za zecom koji je za 90 svojih skokova ispred njega. Dok zec skoči 6 puta, pas skoči samo 5 puta, a dva pseća skoka jednako su dugačka kao tri zečja. Koliko će skokova napraviti zec do trenutka kada ga pas uhvati?
8. Autobus krene iz početne stanice sa stanovitim brojem putnika. Na prvoj stanici izađe 20% putnika, a uđe 24 putnika. Na idućoj stanici izađe  $\frac{2}{3}$  putnika, a nitko ne uđe. Na posljednjoj se stanici iskrca preostalih 16 putnika. Koliko je putnika ušlo u autobus na početnoj stanici?
9. U prvoj bačvi je mješavina vode i octa takva da je omjer vode i octa jednak 2 : 1. U drugoj bačvi, dvostruko većeg obujma od prve bačve, je mješavina vode i octa takva da je omjer vode i octa jednak 3 : 1. Sadržaj obje bačve je preliven u treću bačvu. Koliki je omjer vode i octa u trećoj bačvi?
10. Trgovac je odlučio nabaviti suhe šljive za daljnju prodaju. Za polovinu svog trenutno raspoloživog novca kupio je šljive kod proizvođača čija je cijena 30 kn za kilogram. S drugom je polovinom novca otišao do drugog proizvođača i uspio kupiti za polovinu količine šljiva više nego kod prvog. Šljive je izmiješao. Po kojoj cijeni za kilogram treba trgovac sada prodavati šljive kako bi zaradio 5 kn po prodanom kilogramu šljiva?
11. Cijena nekog materijala snižena je 52%. Nakon tog sniženja, za iznos od 240 kn može se kupiti 1 metar materijala više nego što se moglo kupiti prije sniženja za 270 kn. Odredi cijenu tog materijala prije sniženja.
12. Brat i sestra htjeli su kupiti igricu. Bratu je nedostajalo  $\frac{5}{19}$  ukupne cijene igrice, a sestri  $\frac{1}{4}$  ukupne cijene. No, oboje su zajedno imali 185 kuna više od cijene igrice. Kupili su igricu zajedno tako što je brat dao 45% cijene igrice, a sestra ostatak. Koliko je novaca ostalo bratu, a koliko sestri?
13. Profesor Algebić i profesor Korijenko razgovaraju. Prof Algebić: kako godine brzo prolaze,... ja već imam 25% više godina, nego si imao ti kada sam ja imao godina koliko sada imaš ti. Prof. Korijenko: eee. . . ako nas zdravlje posluži, kada ja budem imao godina koliko sada imaš ti, zajedno ćemo imati 168 godina. Koliko je kojem profesoru godina?
14. Rano ujutro Ana je automobilom krenula iz mjesta A u mjesto B, a Branka motociklom u isto vrijeme iz mjesta B u A, svaka svojom stalnom brzinom. Susrele su se točno u podne i nastavile voziti bez zaustavljanja. Ana je u mjesto B stigla u 16 sati, a Branka u mjesto A u 21 sat. U koliko su sati krenule na put ?
15. Ivan i Nenad skupljaju kovanice od 2 i 5 kuna svaki u svojoj kasici. Nakon godinu dana otvorili su kasice i prebrojali kovanice. Zajedno su skupili 280 kovanica po 2 kune. U Ivanovoj kasici 60% svih kovanica čine kovanice od 2 kune, a u Nenadovoj je kasici dvostruko više kovanica od 2 kune nego onih od 5 kuna. Ukupna vrijednost novca iz obje kasice zajedno iznosi 1360 kuna. Kolika je vrijednost novca iz Ivanove kasice, a kolika iz Nenadove?

*Ukoliko imate bilo kakvih pitanja vezanih za zadatke, slobodno mi se obratite na mail [utrobicicnika@gmail.com](mailto:utrobicicnika@gmail.com)*

## Hintovi

1. razlika kvadrata!
2. koliko je slanaca pojela svaka djevojčica?
3. prikaži ukupan iznos nasljedstva na 2 načina!
4. postavi sustav jednadžbi!
5. postavi jednadžbu u kojoj je nepoznanica broj dana za koje je Ivana pročitala knjigu pa ju faktoriziraj metodom srednjeg člana!
6. postavi jednadžbu u kojoj je nepoznanica očeve godine!
7. izjednači pređene puteve od početka!
8. koliki udio u početnom broju putnika je ovih 16?
9. označite sa v volumen manje bačve. koliko ukupno volumena manje bačve zauzima ocat?
10. postavi jednadžbu u kojoj je nepoznanica cijena smjese šljiva
11. promatraj cijenu i količinu materijala!
12. koliko je brat imao cijena igrice na početku?
13. postavite sustav jednadžbi!
14. izjednačite puteve!
15. promatrajte sustav čije su nepoznanice broj kovanica od 2 i 5 kuna koje imaju Ivan i Nenad.

## Rješenja

1. 14 i 22 Školsko 8. razred, 2013.
2. 1 i 7 Županijsko 6. razred, 2013.
3. 5 Županijsko 8. razred, 2014.
4.  $(2, 8)$  i  $(-\frac{10}{3}, \frac{40}{3})$  Županijsko 8. razred, 2016.
5. 15 Županijsko 8. razred, 2013.
6. 55 Općinsko 1. razred, 2010., B kategorija
7. 360 zečjih (300 psećih) skokova Općinsko 1. razred, 2009., B kategorija
8. 30 Općinsko 1. razred, 2010., B kategorija
9. 13:5 Županijsko 7. razred, 2012.
10. 29 Općinsko 1. razred, 2013., B kategorija
11. 230 Državno 7. razred, 2008.
12. 109,76 bratu i sestri redom Državno 7. razred, 2015.
13. 80 i 72 Županijsko 1. razred, 2010., B kategorija
14. 6 Državno 8. razred, 2012.
15. 640,720 Ivan, Nenad Županijsko 1. razred, 2014., B kategorija