S14	Senior-ska/Juniorska grupa

Predavanja subotom
Zagreb, sezona 2021./2022.

Angle chasing

Luka Milačić
19. veljače 2022.

Mladi nadareni matematičari
"Marin Getaldić"

mnm.hr   Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić"   matematicari.mnm

---

Uvod

Temelj gotovo cijele gemetrije su kutevi i sličnosti trokuta. Svaki teorem iz geometrij koristi kuteve na neki način. Bitno je jako dobro i brzo pronalaziti slične kuteve u konstrukcijama jer se četo zadaci iz geometrije svode na male podzadatke koji nam tvore put do glavnog rezultata. U ovom predavanju provest ćemo neke osnove načine "angle chasinga" i neke fora trikove kojima i vi možet ubrzati i poboljšati svoju tehniku "ganjanja kutova".

1. Dan je ΔABC sa opisanom kružnicom. Tangenta dira tu kružnicu u A i neka je P točka na toj tangenti bliže točki B. Dokaži da je $\angle PAB = \angle ACB$.

2. U trokutu ΔABC s opisanom kružnicom w vanjska odnosno unutranja simetrala u točki A sijeku w u X i Y, dokaži da XY raspolavlja BC.

3. Dan je šiljastokutan trokut ΔABC u kojem vrijedi $|AC| > |AB|$, a točka O je središte opisane kružnice. Simetrala kuta $\angle CAB$ sječe stranicu BC točki D. Pravac okomit na pravac AD koji prolazi kroz točku B siječe pravac AO točki E Dokaži da točke A,B,D i E leže na istoj kružnici.

4. Dan je šiljastokutni trokut ΔABC tangente u točkama A i B na kružnicu opisanu tom trokutu sijeku se u točki M. Paralela sa stranicom BC kroz točku M siječe stranicu AC u N . Dokaži da je $|CN| = |BN|$.

5. Jednakokračni trokut ΔABC ($|AB| = |AC|$) je u kružnicu k. Neka je D točka na osnovici BC tog trokuta, $k1$ kružnica opisana trokutu ΔADB i E točka na kružnici $k1$. Pretpostavimo da pravac AE siječe kružnicu k u točkama A i F tako da F leži između A i E. Ako se pravci BF i DE sijeku u točki G, dokaži da vrijedi $|GF| = |GE|$.

6. Neka je dan trokut ΔABC takav da je $|AB| > |AC|$. Neka je t tangenta na opisanu kružnicu danog trokuta točki A. Kružnica sa središtem u točki A koja prolazi točkom C siječe stranicu AB u točki D, a pravac t u točkama E i F tako da su E i C s iste strane pravca AB.Dokaži da središte upisane kružnice trokuta ΔABC leži na pravcu DE.

7. Neka je H ortocentar šiljastokutnog trokuta ΔABC.Kružnica opisana trokutu ΔAHB ma središte S i siječe dužinu BC u točkama B i D. Neka je P presjek pravca DH i dužine AC, te neka je Q središte opisane kružnice trokuta ΔAPD Dokaži da je četverokut $BPQS$ tetivan.

8. Dan je trokut ΔABC t.d. je $|AB| < |AC|$. Neka je k kružnica opisana danom trokutu sa središte u O i neka je M polovište luka između B i C bez točke A. D i E su redom presjeci okomica iz M na AB odnosno AC sa k. Definirajmo X i Y kao presjke MO sa DC odnosno BE. Sa k_b i k_c označimo kružnice opisane ΔBDX odnosno ΔCEY. Neka k_b i k_c redom sijeku AB i AC u G i H. Označimo sa k_a kružnicu opisanu ΔAGH. Dokaži da trokutu kojeg tvore središta kružnica k_a,k_b i k_c ima središte opisane O.

9. Neka je I središte upisane kružnice ΔABC t.d. $|AB| \neq |AC|$. Upisana kružnica w od ΔABC dira stranice BC,CA i AB redom u D,E i F. Pravac kroz D okomit na EF sreće w u R. Pravac AR siječe w u P. Kružncie opisane ΔPCE i ΔPBF sijeku se u Q. Dokaži da se pravci DI i PQ sijeku na pravcu kroz A okomitog na AI.

1. Link

2. Poglavlje 1.7.

3. 2. razred 4. zadatak.

4. 4. razred 4. zadatak

5. 3. razred 3. zadatak

6. 2. razred 3. zadatak

7. 3. razred 4. zadatak

8. Riješenje

9. Riješenje