S17 Junior-ska/Seniorska grupa

Predavanja subotom
Zagreb, sezona 2021./2022.

Sukladnost i sličnost

Luka Milačić

19. ožujka 2021.

Mladi nadareni matematičari
"Marin Getaldić"

mnm.hr Mladi nadareni matematičari "Marin Getaldić" matematicari.mnm

Uvod

U ovom predavanju koristiti ćemo se poučcima o sličnosti (SS, KK) i sukladnosti (SKS, SSK ,KSK) te pomoću nekih sličnih trokuta i njihovih omjera dobiti riješenje zadataka.

1. Iz vrha A u paralelogramu $ABCD$ spuštene su okomice AM i AN na parvce BC i CD. Dokažite da su ΔABC i ΔMAN slični.

2. Neka je AC promjer kružnice k_1 kojoj je središte u točki B. Kružnica k_2 dira pravac AC u točki B i kružnicu k_1 u točki D. Tangenta iz A (različita od AC) na kružnicu k_2 dira tu kružnicu u točki E i siječe pravac BD u točki F. Odredi omjer $|AF| : |AB|$.

3. Neka je P polovište dužine AB duljine 2. Neka je T dijalište tangente iz točke A na kružnicu promjera PB. Odredi duljinu $|PT|$.

4. Dan je trokut ΔABC t.d. je $|AC| > |AB|$. Neka je D polovište luka BC koji sadrži A. Neka je E nožište okomice iz D na AC. Dokaži da je $|AE| + |AB| = |EC|$.

5. Neka je D nožište visine iz vrha C jednakokračnog trokuta ΔABC s osnovicom AB. Točka M je polovište dužine CD. Pravci BM i AC sijeku se u točki E. Odredi omjer $|CE| : |AC|$

6. Dana je dužina AD duljine 3. Neka su B i C, $C \neq A$ točke na kružnici s promjerom AD takve da vrijedi $|AB| = |BC| = 1$. Izračunaj $|CD|$.

7. Nad stranicama trokuta AB i BC trokuta ΔABC konstruirani su vanjski jednakostranični trokuti ΔABD i ΔCBE. Ako je T težište trokuta ΔCBE, a P polovište dužine AC dokažite da je $\angle DPT = 90^o$.

8. Dokaži lemmu o Eulerovom pravcu, odnosno da su središte opisane kružnice, ortocentar i težište trokuta uvijek kolinearne točke.

9. U trokutu ΔABC vrijedi $|BC| > |AB|$. Točka I je središte kružnice upisane trokutu. Neka je M polovište stranice AC, a N je polovište luka AC opisane kružnice tog trokuta koji ne sadrži točku B. Dokaži da je

$$\angle IMA = \angle INB$$

.

10. Dan je jednakokračan trokut ΔABC s osnovicom BC. I neka je I njegovo središte upisane kružnice. Pravac BI siječe AC u D. Neka okomica na AC u D siječe AI u E. Dokaži da osnosimetrična točka od I preko AC leži na kružnici opisanoj ΔBDE.

1. 2. razred 3. zadatak

2. Uzmemo $a_i = (n+1)! + 1 + i$, za svaki i od 1 do n, $(i+1)|a_i$, $a_i > i+1$ pa sigurno nije prost.

3. Uzmemo $a_i = ((n+1)^2)! + 1 + i$, za svaki i od 1 do n, $(i+1)|a_i$, no $(i+1)^2$ ne dijeli a_i(ako ne razumješ probaj izlučiti), pa zato a_i nemože biti potencija prostog broja.

4. 1. razred 4. zadatak

5. 1. razred 2. zadatak

6. Riješenje

7. Riješenje

8. Riješenje

9. Riješenje

10. Riješenje

11. Riješenje